

Apellidos:

Nombre:

Ejercicio 1: Utilizar la relación

$$\cos(x) = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!} - \dots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + \dots \quad n = 0, 1, \dots$$

para estimar el valor de $\cos(x)$ en $x=0.5$, sumando los 6 primeros términos de la serie ($n=5$).

Escribir un script utilizando los comandos: `.*` `./` `.^`

```
% Escribir aquí el código
% Volcar el valor aproximado de cos(x) obtenido
% Despues de dar el comando >>format long, comparar el resultado obtenido
con el resultado comando matlab cos()
% Cuántas cifras significativas de precisión habéis obtenido
```

Utilizar el script anterior para escribir una función de la forma

```
function [cos_aprox,E_rel]=coseno(x,n)
.....
return
```

que reciba como argumentos de entrada un valor x y un número n , y devuelva el valor aproximado de $\cos(x)$, `cos_aprox`, sumando $n+1$ términos de la serie, y el error relativo, `E_rel`. Ejecutar la función para $x=0.5$ y $n=5$.

```
% Insertad aquí el código de la función
% Volcar los resultados de la ejecución de la función
```

Sea $x = \pi/4$, ejecutar la función `coseno` para $n=5, 6, 7, \dots$ ¿cuál es el valor mínimo del Error relativo que se obtiene?, ¿porqué no podemos obtener un error relativo menor?, ¿cuál es el mínimo valor de n para el cual se obtiene ese Error relativo mínimo?

```
% Volcar el resultado de algunas ejecuciones
% Cual es el Error relativo mínimo
% ¿Por qué?
% Cual es el primer n con el que se obtiene ese Error relativo mínimo.
% Volcar los resultados para ese n.
```

Ejecutar la función `coseno` para $x=10\pi$, ¿es adecuada numéricamente la estimación del coseno para $x=10\pi$?

```
% Contestar a la pregunta, justificando la respuesta.
```

Ejercicio 2: Se consideran las siguientes 3 sucesiones que convergen todas ellas a $\sqrt{2}$.

$$x_0 = 1, \quad x_{n+1} = \frac{3}{4}x_n + \frac{1}{2x_n}, \quad n = 0, 1, \dots$$

$$y_0 = 1, \quad y_{n+1} = \frac{1}{2}y_n + \frac{1}{y_n}, \quad n = 0, 1, \dots$$

$$z_0 = 1, \quad z_{n+1} = \frac{3}{8}z_n + \frac{3}{2z_n} - \frac{1}{2z_n^3}, \quad n = 0, 1, \dots$$

Se desea calcular el error relativo de cada una de ellas en las 50 primeras iteraciones.

El código debe hacer lo siguiente:

- Crear 3 tablas x , y , z de 51 elementos. Inicializar sus primeros elementos a 1's.
- Utilizar un bucle for para completar los 50 elementos restantes de las tablas, conforme a las sucesiones anteriores.
- Evaluar los 3 Errores relativos correspondientes a cada una de las sucesiones (en 3 tablas)
- Representar los 3 Errores relativos (en verde, 'g', para la x , rojo, 'r' para la y , azul 'b' para la z) en escala semilogarítmica (semilogy), respecto de n .

```
% Insertar aquí el código pedido
% Volcar aquí el contenido de las 3 tablas de errores relativos
% Insertar aquí la gráfica
```

- Evaluar el número de cifras significativas obtenidas con cada una de las 3 sucesiones. Representarlas (utilizando los mismos colores anteriores), respecto de n .

```
% Insertar aquí el código y la gráfica
```

- ¿Cuál es el máximo de número de cifras significativas de precisión que se han obtenido?.
- ¿Cuántas iteraciones son necesarias para que la sucesión x_n alcance el máximo número de cifras significativas?, ¿la sucesión y_n ?, ¿y la sucesión z_n ? ¿Cuál de las 3 sucesiones es la más rápida? ¿cuál es la más lenta?.

```
% Responder aquí a las preguntas
```